位相同期ループ（ＰＬＬ）概論

市吉　修
2006/4/21

目次

１．位相同期とは

２．ＰＬＬの構成

３．ＰＬＬの同期過程
3.１ 一次ＰＬＬの同期過程
3.２二次ＰＬＬの同期過程

４．定常状態におけるＰＬＬの動作
4.1 小信号動作
4.2 伝達特性
4.3 等価雑音帯域幅

５．ＶＣＯの内部雑音の影響
５．１　位相雑音とは
５．２　位相電力スペクトル密度とτ秒間安定度
５．３　ＶＣＯの内部雑音のＰＬＬ出力への伝達特性
５．４　特性例

６．ＰＬＬの応用

１．位相同期とは

周期的な信号は正弦波の重ね合わせで表現できる(フーリエ級数)。

正弦波は次の公式で表現される。

$$V(t) = A\sin(\Theta) = A\sin(\omega t + \theta)$$

A ； 振幅(Amplitude)

$\Theta(t) = \omega t + \theta$ ； 全位相(rad)

ω ；角周波数 (rad/sec)

$f = \omega/2\pi$ ；周波数 (Hz)

θ ； 定常位相 (rad)

今もう一つ別の正弦波があり、次式で表せるものとする。

$$W(t) = \sin(\Phi)$$

V(t)とW(t)が位相同期しているという事は位相誤差；

$$E(t) = \Theta(t) - \Phi(t)$$

が平均的にある限度を越えない事であると定義される。

E(t)の時間平均を<E(t)>と表すと同期状態とは

$$/\langle E(t)\rangle/ < \delta$$

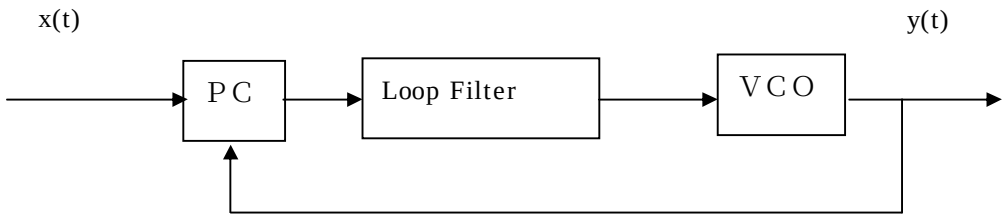
$$/\langle (E(t)-\langle E(t)\rangle)^2\rangle/ < \varepsilon$$

となる事であると定義する。

ここでδ、εはシステム設計者が決める閾値である。通常は数度に設定する。

２．ＰＬＬの構成

位相同期回路（Phase‐Lock Loop, ＰＬＬ）



構成要素

<u>VCO (Voltage Controlled Oscillator,電圧制御発振器)</u>

入力制御電圧 Vc に比例して出力周波数ωが変化する発振器。

$$\omega o = \omega of + Kv.Vc \quad (rad/sec)$$

ωof ; 自走角周波数(free-run angular frequency, rad/sec)

Kv ; FM 変調感度(rad/sec/V)

PC (Phase Comparator, 位相比較器)

入出力間の位相差を検出する。

入力信号の位相を Θi,　出力信号のそれを Θo とする。

$$x(t) = A.\sin(\Theta i)$$

$$y(t) = B.\cos(\Theta o)$$

ＭＯＤＥＭ等で最もよく使われる位相比較器はミキサ、即ち乗算器でありその出力は

$$x(t).y(t) = AB/2.\{\sin(\Theta i-\Theta o) + \sin(\Theta i+\Theta o)\}$$

通常第二項は周波数 $\omega i + \omega o$ が極めて高い周波数であるので上の Loop Filter で除去される。

そこで位相比較器の出力 Vp は

$Vp = Kp.\sin(\Theta e)$　　($\Theta e = \Theta i - \Theta o$;位相誤差)

Kp; 位相検波感度　(Phase detection sensitivity, V/rad)

Loop Filter

伝達関数を F(s)とすると

一次ＰＬＬ　　；F(s)＝１（直結）

二次ＰＬＬ　　；F(s)＝　α＋１／ｓ.Ｔ

不完全二次ＰＬＬ；F(s)＝(1+s.T2) / (1+s.T2)

が良く用いられる。

３．ＰＬＬの同期過程

3.1 一次ＰＬＬの同期過程

[1] 動作方程式

ループフィルターが無いので Vc = Vp,　従って

$$\omega o = \omega of + Kv.Vc = \omega of + Ko.\sin(\Theta e)$$

但し　$Ko = Kv.Kp$ (1/sec) ;loop gain

入力角周波数 ωi からの差をとる。

$$\omega i - \omega o = \omega i - \omega of - Ko.\sin(\Theta e)$$

$$= \Delta\omega - Ko.\sin(\Theta e)$$

但し　$\Delta\omega = \omega i - \omega of$

ここで　$\omega e = \omega i - \omega o = d\Theta e/dt$

であるから上の式は

$$d\Theta e/dt = \Delta\omega - Ko.\sin(\Theta e)$$

となる。

定常状態（Stationary state）

$$d\Theta e/dt = \omega i - \omega o = 0$$

となる点は

$$\Delta\omega - Ko.\sin(\theta e) = 0$$

より

$$\theta es = \sin^{\sim}(\Delta\omega / Ko) + n\pi \quad (n\text{は整数})$$

となる。

但し　$\sin^{\sim}(\sin(x)) = x$

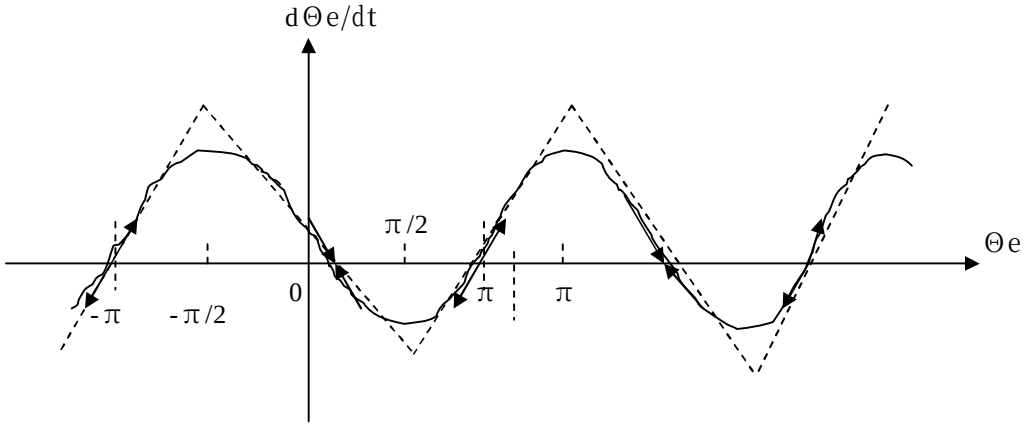
平衡点は無数にあるが安定なものと不安定なものとがある。

［2］位相面解析

動作方程式

$$d\Theta e/dt = \Delta\omega - Ko.\sin(\Theta e)$$

縦軸に $d\Theta e/dt$ を、横軸に Θe を取って二次元表示する。



動作；

$d\Theta e/dt > 0$ では Θe が増大するので右に変化

$d\Theta e/dt < 0$ では Θe が減少するので左に変化

従って上の矢印で示すような安定な平衡点と不安定な平衡点が交互に並ぶ。

最も原点に近いのは

$$\theta es = \sin^{\sim}(\Delta\omega / Ko)$$

Loop Gain Ko が十分大きければ、これは近似的に

$$\theta es = \Delta\omega / Ko \quad (Ko >> /\Delta\omega i/)$$

［3］同期範囲

平衡点の θes が実数であるためには

$$/\Delta\omega/ =< Ko$$

周波数では

$$/\Delta f/ =< Ko/2\pi \ (Hz)$$

[3] 引き込み時間

動作方程式より

$$Ko.dt = 1/\{\gamma - \sin(\Theta e)\}\, d\Theta e$$

但し

$$\gamma = \Delta\omega / Ko \ (=)\ \theta es \quad (<<1 とする)$$

これを積分すると

$$Ko\, t = \int 1/\{\gamma - \sin(\Theta e)\}\, d\Theta e$$

$$= 2/(1-\gamma^2)^{(1/2)}.\mathrm{Arctanh}\{(\gamma \tan(\Theta e/2)-1)/(1-\gamma^2)^{(1/2)}\} + 定数$$

となるがこれでは様子が分かりにくい。

むしろ上図の折れ線近似で考えると分かり易い。

今初期位相誤差 θei が

$$\pi/2 < \theta ei < \pi+\gamma$$

の場合を考える。位相誤差が θe になるまでの時間 t(θe)は

$$Ko.\ t(\theta e) = [\theta ei,\ \pi/2+\gamma] \int 1/\{\Theta e - (\pi+\gamma)\}\, d\Theta e$$

$$+ [\pi/2+\gamma,\ \theta e] \int 1/(\gamma - \Theta e)\, d\Theta e$$

$$= \mathrm{Log}\{\pi/2 /(\pi+\gamma - \theta ei)\} + \mathrm{Log}\{\pi/2 /(\gamma - \theta e)\}$$

第二項は θe＝γ＝θes に達するには∞の時間がかかる事を示している。現実には位相誤差は各種雑音によって θes の周りに揺らいでいる。揺らぎの大きさになれば位相誤差は定常値に到達したとみなす事ができる。Ｋｏが十分大きければ迅速な引き込みが行われる。

問題は上の第一項である。もしも θei＝π+γ であればそこから抜け出すのに極めて大きな時間がかかる事がある(Hung-up)。この点は不安定な平衡点であり、揺らぎのためにそこに止まる確率は時とともに小さくなるが、揺らぎが小さいと（高いＣ／Ｎの場合など）そこから抜け出すのに長時間を要する場合がある。迅速な引き込みが要求されるシステムの設計においては注意を要する。

3.2 二次ＰＬＬの同期過程

Loop Filter が

完全二次ＰＬＬ　；F(s)＝　α＋１／ｓＴ

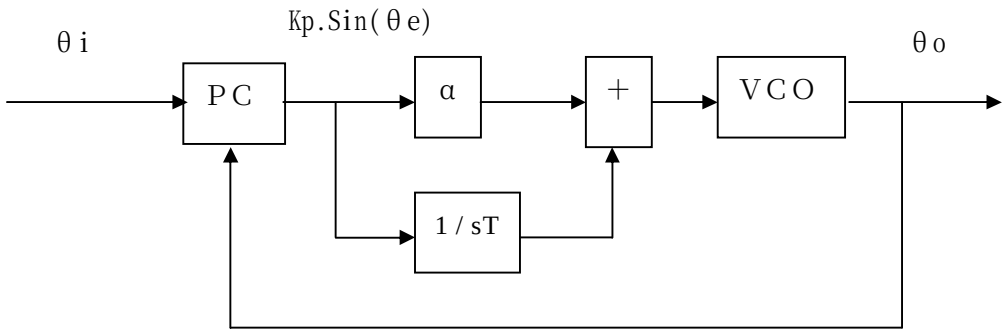
不完全二次ＰＬＬ；F(s)＝(1+s.T2) / (1+s.T2)　=T2 /T1 + (1-T2 /T1) /(1+sT1)

(=)T2 /T1 + 1/(1+sT1)　　(T2 /T1<<1)

高周波/S.T1/>>1 の応答はα=T2 /T1 とすると両者は殆どおなじであるが、ＤＣ即ち s = 0 における動作は大きく異なる。即ち完全二次ＰＬＬのＤＣ利得は∞になるのに対して不完全二次ＰＬＬの場合には１になる。以下完全二次ＰＬＬについて解析を行う。

完全二次 PLL の構成を下図に示す。

同図より分かるように完全二次 PLL はループ利得αKo なる一次 PLL に時定数 T(利得 1/T に等価)なる積分器を追加したものに他ならない。



動作方程式

$$\omega o = \omega f + Ko.(\alpha + 1/sT).g(\theta e)$$

あるいは

$$\omega e = \omega i - \omega o = \omega i - \omega f - Ko/s.(\alpha + 1/sT).g(\theta e)$$
$$= \Delta\omega - Ko.(\alpha + 1/sT).g(\theta e)$$

$\omega e = d\theta e/dt$ であるから

$$d\theta e/dt = \Delta\omega' - \alpha Ko.g(\theta e)$$
$$= \Delta\omega' - \alpha Ko.\sin(\theta e) \qquad (g(\theta e) = \sin(\theta e)\text{の場合})$$

但し

$$\Delta\omega' = \Delta\omega - (Ko/T)[0,t]\int g(\theta e)dt$$
$$= \Delta\omega - (Ko/T)[0,t]\int \sin(\theta e)dt \qquad (g(\theta e) = \sin(\theta e)\text{の場合})$$

即ち二次ＰＬＬは周波数誤差が$\Delta\omega'$なる一次ＰＬＬと同様の動作をする事が分かる。

そこで

$\omega[L] = \alpha Ko$ ；Lock in range (rad/sec)　同期角周波数範囲

$\omega n = (Ko/T)^{(1/2)}$; Natural angular frequency (rad/sec)　自然角周波数

とおくと動作方程式は次のようになる。

$$d\theta e/dt = \Delta\omega' - \omega[L].\sin(\theta e)$$
$$\Delta\omega' = \Delta\omega - \omega n^2.[0,t]\int \sin(\theta e)dt$$

同期動作

一次ＰＬＬの特性から次の事が言える。

ａ．$/\Delta\omega'/ < \omega[L]$　ならば必ず同期する。

ｂ．同期範囲は　$/\Delta\omega/ < /\omega[L]/ + \omega n^2.[0,t]\int \sin(\theta e)dt$

　第二項は時間積分なので幾らでも大きくなり得る。

従って二次ＰＬＬは上のａの条件が満足される限り入力信号の位相、周波数変化に追随することが分かる。

周波数同期過程

初期周波数誤差が$/\Delta\omega/ < \omega[L]$ならば最初から位相負帰還ループが動作するので即時同期状態になると見る事ができる。以後の応答は大略ループ利得$\omega[L]$の一次ＰＬＬに類似した応答を行う。

初期周波数誤差が/⊿ω/ > ω[L]ならば同期過程はまず/⊿ω'/=/⊿ω/→ω[L]に到る周波数同期過程とそれ以降の位相同期過程に分ける事ができる。

先ず周波数動作の式を書き換える。

$$dt = 1/\{\Delta\omega' - \omega[L].\sin(\theta e)\}\, d\theta e$$

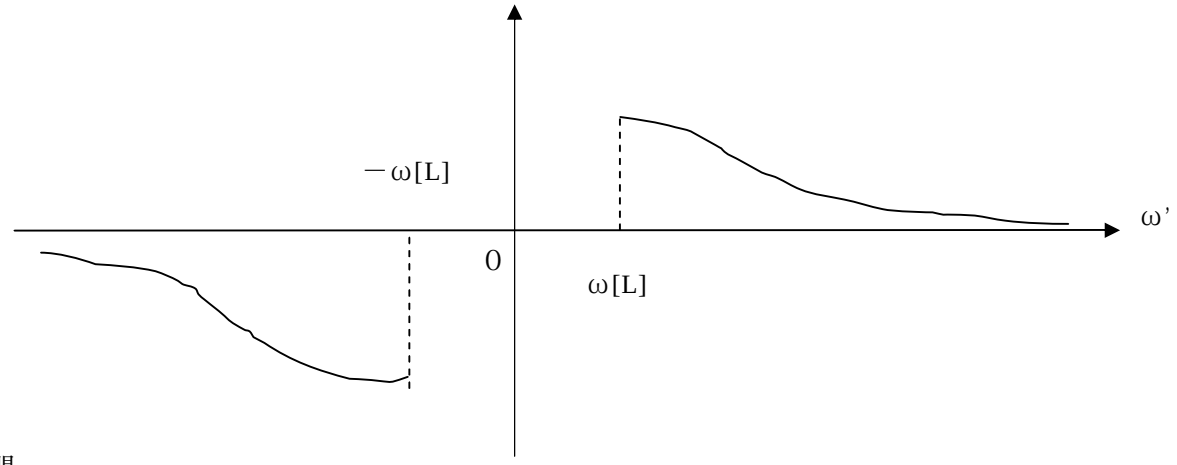
周期 Tp は

$$Tp = [0,2\pi]\int d\theta e / \{\Delta\omega' - \omega[L].\sin(\theta e)\}$$
$$= 2\pi\{\Delta\omega'^2 - \omega[L]^2\}^{(-1/2)}$$

周波数弁別特性はループフィルターの積分器の出力にＤＣ成分<sin(θe)>として現れる。

$$\langle\sin(\theta e)\rangle = (1/Tp)[0,Tp]\int \sin(\theta e)dt$$
$$= (1/Tp)[0,2\pi]\int \sin(\theta e) / \{\Delta\omega' - \omega[L].\sin(\theta e)\}\, d\theta e$$
$$= \Delta\omega'/\omega[L].\{1 - SQR(1 - (\omega[L]/\Delta\omega')^2)\}$$

これは二次ＰＬＬの周波数弁別特性であり次図の特性を有する。



<u>同期時間</u>

上の周波数同期過程にかかる時間を二次ＰＬＬの同期時間と定義するとつぎの様に求まる。

動作方程式を次式のように近似する。

$$d\Delta\omega'/dt = -\omega n^2 \langle\sin(\theta e)\rangle$$
$$= -\omega n^2 \Delta\omega'/\omega[L].\{1 - SQR(1 - (\omega[L]/\Delta\omega')^2)\}$$

初期条件；　$\Delta\omega' = \Delta\omega$　（ｔ＝０）

$\Delta\omega'/\omega[L] = x$ とおくと

$$\omega n^2/\omega[L]\, dt = -dx/\{x - SQR(x^2 - 1)\}$$

同期時間 Ta は

$$\omega n^2/\omega[L]\, Ta = -[\Delta\omega/\omega[L], 1]\int dx/\{x - SQR(x^2 - 1)\}$$
$$= [1, \Delta\omega/\omega[L]]\int \{x + SQR(x^2 - 1)\}\, dx$$
$$> \{(\Delta\omega/\omega[L])^2 - 1\}/2$$
$$< (\Delta\omega/\omega[L])^2 - 1$$

故に同期時間は大略

$$Ta < (\Delta\omega/\omega n)^2 / \omega[L]$$

４．定常状態におけるＰＬＬの動作

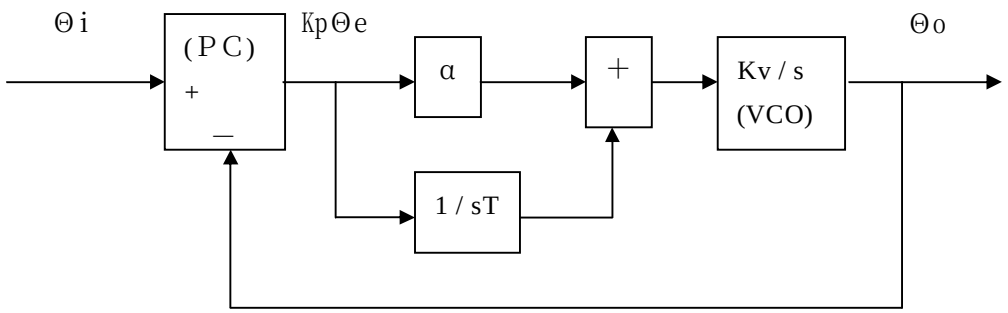
4.1 小信号動作

通常の設計では同期時の定常位相誤差 θes は小さいので位相比較特性は

sin(θes) (=) θes

と近似できる。

この時ＰＬＬの動作は線形動作を行い次図のブロック図で表される。



4.2 伝達特性

［1］伝達関数

上の図より

Θo(s) = Kv/s . F(s) .Kp . Θe(s) = Go(s) . Θe(s) (F(s)= α + 1 / sT)

Θe(s) =Θi(s)- Θo(s)

ここで開ループ伝達関数；

Go(s) = Ko /s .F(s)

閉ループ伝達関数；H(s)

H(s) = Θo(s) /Θi(s)

= Go(s) /{1+Go(s)}

=(2ζ.ωn.s +ωn^2) / (s^2 + 2ζ.ωn.s +ωn^2)

但し

ωn = SQR(Ko/T) ;自然角周波数 Natural angular frequency

ζ = α/2 .SQR(Ko.T) ;減衰定数 Damping factor

［2］ＰＬＬの応答

Θo(s)＝H(s) . Θi(s)

[2-1]Ｉｍｐｕｌｓｅ応答

Θi(s) ＝１に対して

Θo(s)＝H(s) ＝(2ζ.ωn.s +ωn^2) / (s-s1)(s-s2)

但しｓ１，ｓ２は特性方程式

$s^2 + 2\zeta.\omega n.s + \omega n^2 = 0$

の根である。即ち

$s(1,2) = \{-\zeta(+,-)\ SQR(\zeta^2-1)\}.\omega n$　　（複号同順）

ここで減衰定数ζの大きさに応じてＰＬＬの動作が様相を異にする。

ζ＞１の場合　s1, s2 は共に実根

ζ＝１の場合　s1 = s2;重根

ζ＜１の場合　s1 = s2* ;複素根

通常ζ＜１に設計する。

$s1 = \{-\zeta + i.SQR(1-\zeta^2)\}.\omega n$　　$(i^2 = -1)$

$s2 = s1^*$ (複素共役)

$s1.s2 = /s1/^2 = /s2/^2 = \omega n^2$

この時インパルス応答は

$h(t) = (1/2\pi).[-i\infty, -i\infty]\int H(s).e^{(st)}\ ds$

$= Res(s1) + Res(s2)$　　(Res(p);Residue at s = p)

$= \zeta\omega n.e^{(-\zeta\omega n.t)}.\{4\zeta.\cos(SQR(1-\zeta^2).\omega n.t) +$

$(SQR(1-\zeta^2)/\zeta - \zeta/SQR(1-\zeta^2)).\sin(SQR(1-\zeta^2).\omega n.t)\}$

特長

(1)　$h(0) = 4\zeta^2.\omega n$

(2) 振幅は指数関数的に減衰；$e^{(-\zeta\omega n.t)}$

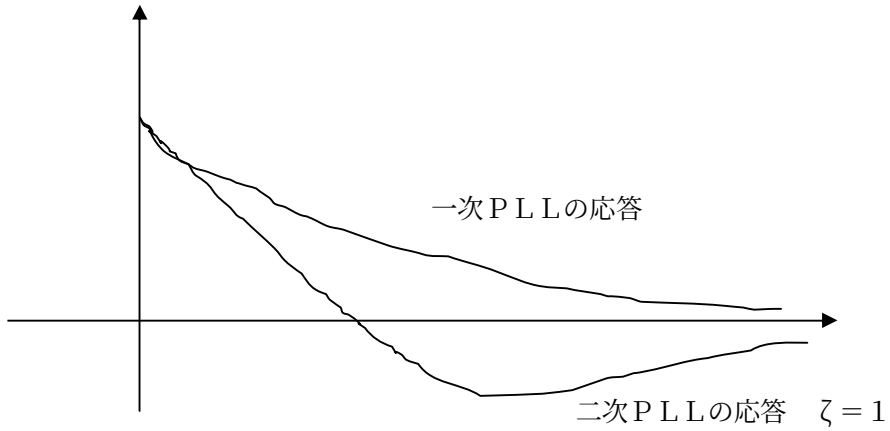
(3) 応答は振動する。振動の角周波数は $SQR(1-\zeta^2).\omega n$

ζ＝１の場合は

$h(t) = \omega n.e^{(-\omega n.t)}.(4 - \omega n.t)$

即ち応答は振動しない。

しかし一次ＰＬＬとの質的な違いは下図から見て取ることができる。



[2-2] Step 応答

$\Theta i(s) = 1/s$

[2-3] Ramp 応答

$\Theta i(s) = 1/s^2$

問題　上のステップ、ランプ応答を求めよ。

４．３　等価雑音帯域幅 B[L]

上の応答からＰＬＬは大略時定数１／ζωnのＬＰＦ（低域濾波器）に近いものであることが予想できる。
実際

$$H(i\omega) = (i2\zeta.\omega n.\omega + \omega n^2) / (-\omega^2 + 2i\zeta.\omega n.\omega + \omega n^2) \qquad (s = i\omega)$$

$$= (1 + i2\zeta\Omega) / (1 - \Omega^2 + i2\zeta\Omega)$$

但し　$\Omega = \omega / \omega n$

$H(0) = 1$

$H(\Omega) \to -i2\zeta/\Omega \qquad (\Omega \to 大)$

となるので予想されたＬＰＦ特性を有する。

<u>等価雑音帯域幅 B[L]</u>

今ＰＬＬに雑音電力密度Ｎｏ（W／Ｈｚ）の熱雑音が入力された時にＰＬＬの出力に現れる雑音電力は

$$Pn[O] = No.(1/2\pi).[-\infty, \infty]\int /H(\omega)/^2 d\omega$$

$$= No.B[L] \quad (W)$$

となる。B[L]はＰＬＬの等価雑音帯域幅である。

$$B[L] = (1/2\pi).[-\infty, \infty]\int /H(\omega)/^2 d\omega$$

$$= \omega n/2\pi.[-\infty, \infty]\int /H(\Omega)/^2 d\Omega$$

$$= \omega n/2.(\zeta + 1/4\zeta) \qquad (Hz，導出は留数定理を使用)$$

となる。

５．ＶＣＯの内部雑音の影響

５．１　位相雑音とは

発信器の位相雑音は次の様に定義される。

$$V(t) = A.\cos(\omega c.t + \theta n)$$

個々でθn は位相雑音である。θn＝０の場合が理想的な発信波である。位相雑音の特性は

平均　$<\theta n(t)> = 0$

分散については

$$V(t) = A.\cos(\theta n).\cos(\omega c.t) + A.\sin(\theta n).\sin(\omega c.t)$$

$$(=)A.\cos(\omega c.t) + A.\theta n.\sin(\omega c.t) \qquad (/\theta n/ << 1)$$

第二項は雑音であり、その振幅が大略位相誤差であるから、

分散　$<\theta n(t)^2> = 1/(C/N)$

即ちＣ／Ｎの逆数となる。

ここで一般の付加雑音に起因する位相雑音の場合は因子２の差が出るので注意を要する。

今理想的な信号 A. cos(ωc.t)に雑音 n(t)が加わる場合を考える。

$$n(t) = nc(t).\cos(\omega c.t) + ns(t).\sin(\omega c.t)$$

と表現できる。

雑音電力は

$$N = \langle n^2 \rangle = \langle nc^2 \rangle = \langle ns^2 \rangle$$

である。信号電力は

$$C = A^2 / 2$$

受信信号は

$$v(t) = \{A+nc(t)\}.\cos(\omega c.t) + ns(t).\sin(\omega c.t)$$

$$= A'(t) .\cos\{\omega c.t + \theta n(t)\}$$

但し

$$A'(t) = SQR\{ (A+nc)^2 + ns^2\}$$

$$\theta n = Atan\{ ns / (A+nc)\}$$

$$(=) ns / A$$

故に

$$\langle \theta n^2 \rangle = \langle ns^2 \rangle / A^2$$

$$= 1/(2C/N)$$

５．２　位相電力スペクトル密度とτ秒間安定度

位相雑音のτ秒間安定度とは

$$S[\theta](\tau)^2 = \langle (\theta n(t) - \theta n(t+\tau))^2 \rangle$$

$$= 2 \{\langle \theta n(t)^2 \rangle - R[\theta](\tau)\}$$

但し自己相関関数 R[θ](τ)は

$$R[\theta](\tau) = \langle (\theta n(t). \theta n(t+\tau)) \rangle$$

Wiener-Khintchine の定理により自己相関関数と電力密度の関係は

$$P[\Theta](\omega) = /\Theta(\omega)/^2 = [-\infty, \infty] \int R[\theta](\tau). e^{(-i\omega\tau)} d\tau$$ 、または

$$R[\theta](\tau) = (1/2\pi)[-\infty, \infty] \int P[\Theta](\omega). e^{(i\omega\tau)} d\omega$$

以上より位相雑音のτ秒間安定度と位相電力密度の関係は

$$S[\theta](\tau)^2 = 1/\pi[-\infty, \infty] \int P[\Theta](\omega). \{ 1- e^{(i\omega\tau)}\} d\omega$$

ここでθは実数であるから $P[\Theta](-\omega) = P[\Theta](\omega)$ （遇関数）なので

$$\underline{S[\theta](\tau)^2 = 1/\pi[-\infty, \infty] \int P[\Theta](\omega). \{ 1- \cos(\omega\tau)\} d\omega}$$

通常発信器の位相雑音は次の三種の成分から成る。

上の位相雑音のτ秒間安定度は

$$S[\theta](\tau)^2 = \alpha + \beta\tau + \gamma\tau^2$$

これに対応して位相電力密度スペクトルは

$$P[\Theta](\omega) = a + b./\omega/^{(-2)} + c./\omega/^{(-3)}$$

それらの雑音はそれぞれ

付加熱雑音（平坦スペクトル、ｄＢ／Ｈｚ）

内部熱雑音（ブラウン運動成分，/ω/^(-2)の項）

１／ｆ雑音（/ω/^(-３)の項）

上の関係式より時間領域と周波数領域のパラメータの関係は次の通りとなる。

α　＝　ａ.Ba　(Ba は付加雑音の全帯域幅、発信器のＡＭＰの雑音なので通常非常に広帯域)

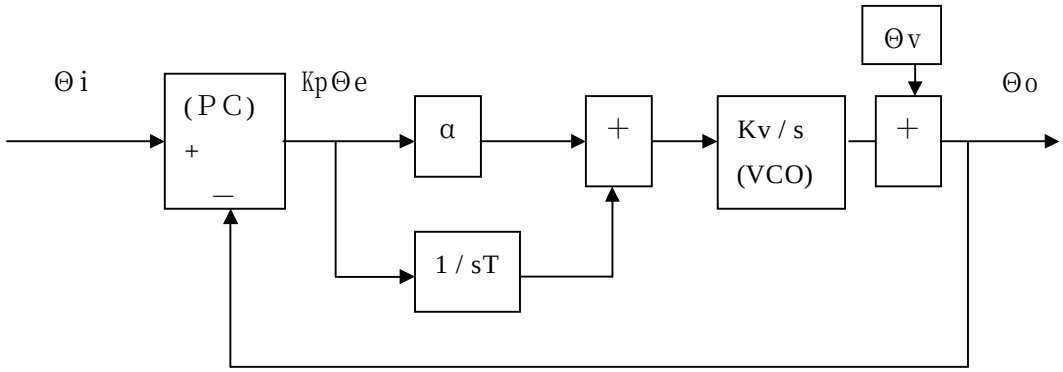
β　＝　ｂ

γ　（＝）　２ｃ／π（＝）ｃ（τに対数関数的に依存する）

以上より位相雑音のスペクトルデータ（発振器メーカ提供）より直ちにτ秒間安定度を導出できる。

５．３　ＶＣＯの内部雑音のＰＬＬ出力への伝達特性

伝達機構を下図より求める。



Θo =Θv + Ko/s(α＋1/sT).(Θi － Θo)より

Θo　＝　H(s). Θi　+ (1- H(s)) Θv

となる。ここでH(s)はＰＬＬの閉ループ伝達関数である。

Ｈ（ｓ）はＬＰＦであるからＶＣＯの内部雑音は１－Ｈ（ｓ）なるＨＰＦを通じて出力される。

ＶＣＯの内部雑音の出力に出る電力密度は

/Θo/^2 = /1-H(ω)/^2 . /Θv/^2

これを［－∞, ∞］で∫すると

＜θn^2＞ = a + 3b/16/B[L] + 9c/128/B[L]^2　　(ζ＝1/SQR(2) = 0.707 の場合)

となる。

５．４　特性例

今ある高安定水晶発信器（１０MHｚ）の典型的な特性は次のようなものである。

P[Θ](ω)　＝　ａ + ｂ./ω/^(-2) + ｃ./ω/^(-3)

＝－８０（ｄＢｃ／Ｈｚ）　@１０Ｈｚ

＝－１１０（ｄＢｃ／Ｈｚ）@１００Ｈｚ

＝－１３０（ｄＢｃ／Ｈｚ）@１KＨｚ

＝－１５０（ｄＢｃ／Ｈｚ）@＞１０KＨｚ

これを元に１０ＧＨｚのＲＦを発生すると位相雑音は６０ｄＢ劣化するので

＝－２０（ｄＢｃ／Ｈｚ）@１０Ｈｚ
＝－５０（ｄＢｃ／Ｈｚ）@１００Ｈｚ
＝－７０（ｄＢｃ／Ｈｚ）@１ＫＨｚ
＝－９０（ｄＢｃ／Ｈｚ）@＞１０ＫＨｚ

この信号で変調された送信信号の受信部において更に位相雑音が加わるので復調器の入力においては上の値に大略６ｄＢ程度の雑音増加があると見て良い（特に利用者端末器の局部発信器にはそんなに高安定の発信器は使えない）
復調器のキャリヤ再生回路用ＰＬＬの帯域幅を１ＫＨｚ（ζ＝０．７０７）とすると位相雑音に起因する位相ジッターは次の様になる。

まずＲＦ信号の位相電力密度から

ａ＝　１０^（－９）；無視できる。
ｂ＝　１６
ｃ＝　９６００

＜θn^2＞= a + 3b/16/B[L] + 9c/128/B[L]^2
＝３．０ｘ１０^（－３）　＋６．８ｘ１０^（－４）＝９．６　ｘ１０^（－４）
[θn] = SQR(＜θn^2＞) =0.03(rad) = 1.8(度)となる。

これはＱＰＳＫに対しては十分小さいが２５６ＱＡＭ以上の多値変調においては問題になると思われる。復調部において位相雑音の影響を相殺させるには搬送波再生回路のＰＬＬ帯域幅を広くすれば良いが、そうすると受信信号に付加される伝送路熱雑音の抑圧効果が減殺される。応用に応じてバランスのとれた設計を行う事が必要である。

６．ＰＬＬの応用

ＰＬＬは周波数及び位相同期を確立する有効な技術であり極めて広汎な応用がある。

［1］ パイロット検出

通信系には多く周波数基準信号が含まれている。非常に低いＣ／Ｎ状態でも確実にＰｉｌｏｔを補足するのにＰＬＬは有効である。

［2］ 復調器

搬送波再生回路、クロック再生回路に広く用いられる。

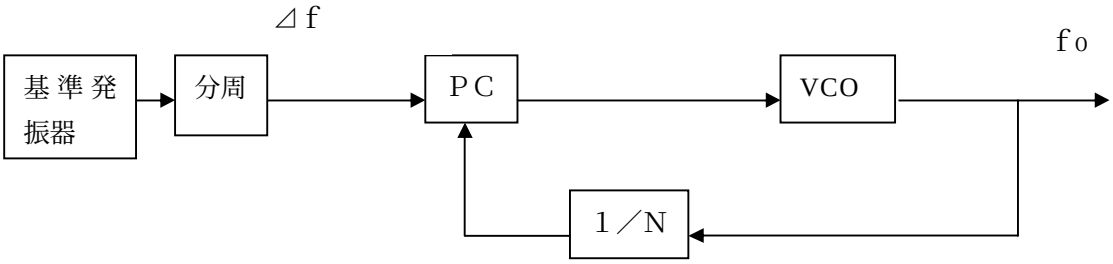
［3］ 通信網の同期

基準局の出力に他の局が従属同期する網や、すべての局が平等に相互同期する方式などに用いられる。

［4］ 周波数発生

安定な周波数源（１０ＭＨｚ水晶発信器など）に位相同期する方式で任意の周波数を発生する事は

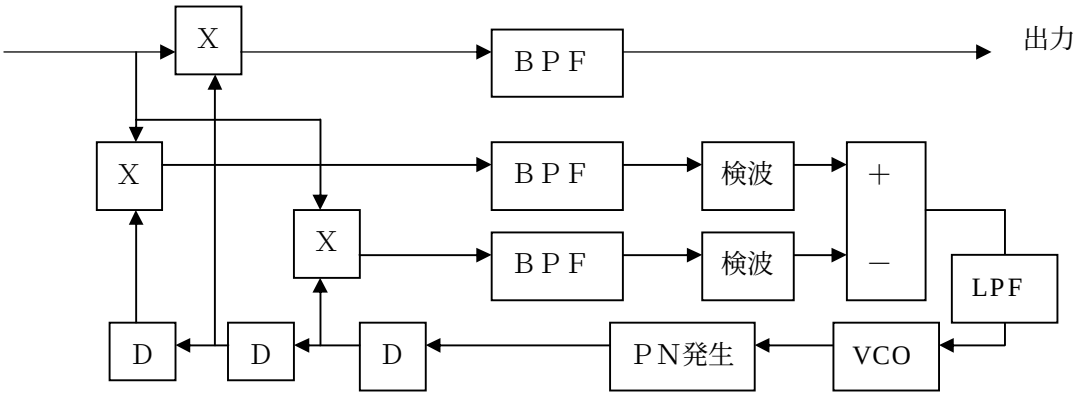
通信設備や測定器等で広く用いられる。



$$f_o = N \times \Delta f = (N_o + n)\Delta f \quad (n = 0, +-1, +-2, ,,,,,)$$

［5］ ＰＮ信号復調器

位相比較の構成からＤｅｌａｙ－Ｌｏｃｋと呼ばれる。



Ｇ３移動通信、ＧＰＳ受信、その他距離及び速度測定（Ｒ＆ＲＲ）などの応用あり。

［6］ 速度変換

入力信号のｎ／ｍ倍の速度の出力を得るには上の周波数発生技術を応用する事ができる。

その他シンクロトロン加速器等において電子ビームと加速電界の同期などにも用いられている。

参考文献

[1] F. M. Gardner, Phase-lock Technique
;John Wiley & Sons

[2] A. J, Viterbi, Principles of Coherent Communication
;McGrow Hill Book Co.

[3] W. C. Lindsey, Synchronization Systems in Communication and Control
;Prentice Hall

－完－